

Область неустойчивости Тьюринга для системы Гирера-Мейнхарда

Ревина С. В., Рябов А. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону
revina.ru@gmail.com, calliing-windows@yandex.ru к докладу на семинаре 28 августа
2020 года

Обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных широко используются для моделирования различных реальных систем, зависящих от времени, в частности, для описания и исследования биологических систем. Особую важность представляют системы реакции-диффузии, изначально введённые А. Тьюрином в 1952. Целями настоящего исследования являются изучение устойчивости решений и проведение бифуркационного анализа системы Гирера-Мейнхарда, которая служит для описания пресноводных видов гидры.

Гидры - это крохотные кишечнополостные, обитающие в пресноводных водоёмах, которые в благоприятных условиях могут жить годами, десятилетиями и столетиями, не старея и не теряя в плодовитости. Рассматриваемая в данной работе система Гирера-Мейнхарда описывает процесс регенерации частей тела гидры.

Система Гирера-Мейнхарда имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{A} = \varepsilon^2 \Delta A - A + \frac{A^2}{H} \\ \tau \dot{H} = D \Delta H - H + A^2 \\ \left. \frac{\partial A}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = \left. \frac{\partial H}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = 0 \end{cases}$$

где ε^2 , D - коэффициенты диффузии, τ - управляющий параметр, $t > 0$ - время, $x \in \Omega$ - ограниченная область с кусочно-гладкой границей, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$.

Стационарное состояние системы является неустойчивым по Тьюрингу, если оно устойчиво в бездиффузионном приближении, но теряет устойчивость при добавлении диффузии. Рассмотрен пространственно неоднородный случай системы Гирера-Мейнхарда, и получено второе необходимое условие неустойчивости Тьюринга. Был найден ряд примеров, опровергающий достаточность необходимых условий неустойчивости Тьюринга.

Были найдены собственные значения, и собственные функции при критическом значении диффузии.

Также была рассмотрена обобщённая система Гирера-Мейнхарда, и найдены необходимые условия неустойчивости Тьюринга.

Результаты работы могут быть применены в компьютерном моделировании процессов регенерации частей тела гидры.