Вычисление матричной экспоненты с использованием подпространства Крылова

Докл. – Яковлев В. Е., студ. 1 к. магистратуры ИММиКН

Науч. рук. – д.ф.м-н., проф. Цибулин В. Г.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

viakovlev@sfedu.ru

К докладу на семинаре 30 апреля 2021 года

Реализуется алгоритм вычисления действия матричной экспоненты на вектор. Выражение $e^{-tA}x_0$ приближается как $e^{-tG_k}x_0$, где $x_0 \in \mathbb{R}^n$, $G_k = Q_k Q_k^T A$ – вырожденная матрица, $Q_k = [q_1 \dots q_k] \in \mathbb{R}^{n \times k}$ – ортогональная матрица, $q_1, \dots, q_k$ – ортонормированный базис подпространства Крылова $\mathrm{K}_k(A, q_1) = \mathrm{span}\{q_1, Aq_1, \dots, A^{k-1}q_1\}$, $q_1 = -Ax_0 / \|Ax_0\|_2$.

Вектор погрешности выражается через сумму ряда

$$e^{-tA}x_0 - e^{-tG_k}x_0 = \sum_{i=0}^{\infty} A^i (A - G_k) q_k \varphi_i(t), \quad t \geq 0.$$

С помощью этого ряда, для заданного k, находится момент времени t, при котором приближение будет удовлетворять заданной погрешности.

Данный подход применен для решения начально-краевых задач. Проведено сравнение с альтернативными алгоритмами, в частности, с другими методами, использующими подпространство Крылова.